RECUPERACIÓN ÁLGEBRA **Diciembre 2005**

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones: (2,25 puntos)

a) $9x^3 - 5x^2 - 4x = 0$

b) $(x^2 - 5)(x^2 - 3) = -1$

c) $1 + \sqrt{x^2 - 1} = x$

2.- Resuelve el sistema: (1 punto)

$$\left.\begin{array}{l} y + \dfrac{x}{3} = -1 \\ x + 3y = 5 \end{array}\right\}$$

3.- Dado el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 2x \\ x + y = 6 \end{array}\right\}$$

Resuélvelo analítica y gráficamente (1,5 puntos)

4.- Opera y simplifica: (1,5 puntos)

a) $\dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 5x} \cdot \dfrac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3} =$

b) $\dfrac{2x + 1}{x^2 + x - 2} - \dfrac{1}{x - 1} =$

5.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones : (2,5 puntos)

a) $\left.\begin{array}{l} x + y \geq 0 \\ -x + y \leq 0 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} 4(x+2) + 3(x-2) > 2(x-3) + 4 \\ \dfrac{2x-5}{3} \geq \dfrac{5-x}{6} \end{array}\right\}$

6.- Resuelve la siguiente inecuación: (1,25 puntos)

$4x^2 - 2x > x + 1$

SOLUCIONES

1.- a) $9x^3 - 5x^2 - 4x = 0$ sacamos factor común $x(9x^2 - 5x - 4) = 0 \Rightarrow$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 9x^2 - 5x - 4 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{5 \pm \sqrt{169}}{18} = \begin{cases} 1 \\ -4/9 \end{cases} \end{cases}$$

Soluciones: x = 0; x = 1 y x =-4/9

b) $(x^2 - 5)(x^2 - 3) = -1$ empezamos multiplicando y tendremos:

$x^4 - 8x^2 + 15 = -1 \Rightarrow x^4 - 8x^2 + 16 = 0$ ecuación bicuadrada, que haciendo el cambio $z = x^2$, queda la ecuación de segundo grado:

$$z^2 - 8z + 16 = 0 \Rightarrow z = \frac{8 \pm \sqrt{64-64}}{2} = \frac{8 \pm 0}{2} = 4(doble) \quad x = \sqrt{z} = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

Solución: 2 y – 2

c) $1 + \sqrt{x^2 - 1} = x \Rightarrow \sqrt{x^2 - 1} = x - 1 \Rightarrow \left(\sqrt{x^2 - 1}\right)^2 = (x-1)^2 \Rightarrow x^2 - 1 = x^2 - 2x + 1$

$\Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

Comprobación:

$1 + \sqrt{1^2 - 1} = 1 + 0 = 1$ **SI** LA SOLUCIÓN ES x = 1

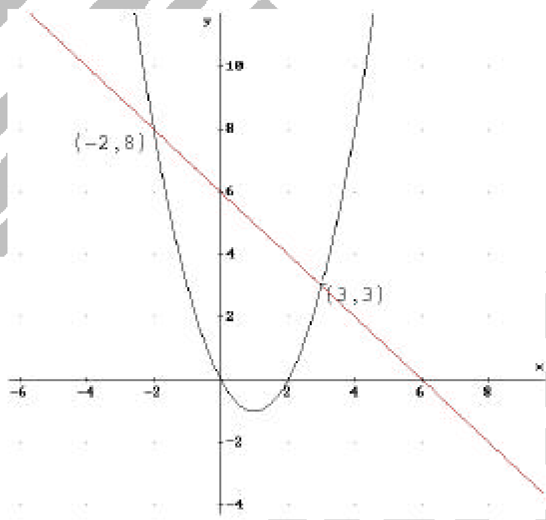
2.- $\left.\begin{array}{l} y + \dfrac{x}{3} = -1 \\ x + 3y = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{3y}{3} + \dfrac{x}{3} = -\dfrac{3}{3} \\ x + 3y = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x + 3y = -3 \\ x + 3y = 5 \end{array}\right\}$ restando (por reducción), tenemos que

$0x = -8 \Rightarrow$ El sistema no tiene solución, son dos rectas paralelas

3.- $\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 2x \\ x + y = 6 \end{array}\right\}$ lo resolvemos primero

gráficamente: $\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 2x \\ y = 6 - x \end{array}\right\}$ son una parábola y

una recta:



Parábola: $y = x^2 - 2x$

1) Mira hacia arriba

2) Vértice: $x = -\dfrac{-2}{2} = 1$ vértice (1,-1)

3) Corta eje OY en (0,0)

4) Corta eje OX:

$$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Analíticamente: $\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 2x \\ y = 6 - x \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 - 2x = 6 - x \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$

Para $x = 3 \Rightarrow y = 6 - (3) = 3$ Para $x = -2 \Rightarrow y = 6 - (-2) = 8$

SOLUCIONES (3, 3) y (-2, 8)

3.- a) $\dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 5x} \cdot \dfrac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3} = \dfrac{(x-3)(x-1)(x-5)(x+1)}{x(x-5)(x-3)(x+1)} = \dfrac{x-1}{x}$

$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$ $\quad x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \begin{cases} 5 \\ -1 \end{cases}$

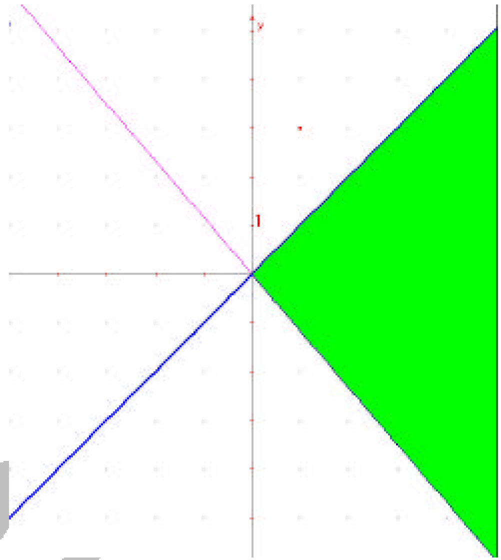
$$x^2-2x-3=0 \Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{16}}{2}=\left\langle\begin{matrix}3\\-1\end{matrix}\right.$$

b) $\dfrac{2x+1}{x^2+x-2}-\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{2x+1}{(x-1)(x+2)}-\dfrac{x+2}{(x-1)(x+2)}=\dfrac{x-1}{(x-1)(x+2)}=\dfrac{1}{x+2}$

$$x^2+x-2=0 \Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2}=\left\langle\begin{matrix}1\\-2\end{matrix}\right. \Rightarrow m.c.m.=(x-1)(x+2)$$

4.- a) $\left.\begin{matrix}x+y\geq 0\\-x+y\leq 0\end{matrix}\right\}$ Gráficamente, $\left.\begin{matrix}x+y=0\\-x+y=0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}y=-x\\y=x\end{matrix}\right\}$

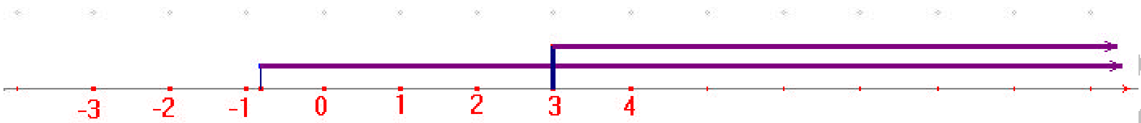
Representamos gráficamente las dos rectas:
Vemos el semiplano solución de cada una de las inecuaciones, por ejemplo comprobando si el punto (1,3) es solución, y luego la intersección de ambos semiplanos será la solución del sistema (zona en verde), incluida la semirrecta azul pero no la morada.



b) $\left.\begin{matrix}4(x+2)+3(x-2)>2(x-3)+4\\ \dfrac{2x-5}{3}\geq\dfrac{5-x}{6}\end{matrix}\right\}$ hacemos cada inecuación por separado:

$$4(x+2)+3(x-2)>2(x-3)+4 \Rightarrow 4x+8+3x-6>2x-6+4 \Rightarrow 5x>-4 \Rightarrow x>-\frac{4}{5}$$

$$\frac{2x-5}{3}\geq\frac{5-x}{6} \Rightarrow 4x-10\geq 5-x \Rightarrow 5x\geq 15 \Rightarrow x\geq 3$$



Sol: $[3,+\infty)$

5.- $4x^2-2x>x+1$ inecuación de segundo grado, $4x^2-3x-1>0$

$$4x^2-3x-1=0 \Rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{25}}{8}=\left\langle\begin{matrix}1\\-\frac{1}{4}\end{matrix}\right.$$

$$(x-1)\left(x+\frac{1}{4}\right)>0$$

Sol: $\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right)\cup(1.+\infty)$

	$\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right)$	$\left(-\frac{1}{4},1\right)$	$(1.+\infty)$
$(x-1)$	-	-	+
$\left(x+\frac{1}{4}\right)$	-	+	+
$(x-1)\left(x+\frac{1}{4}\right)$	+	-	+